

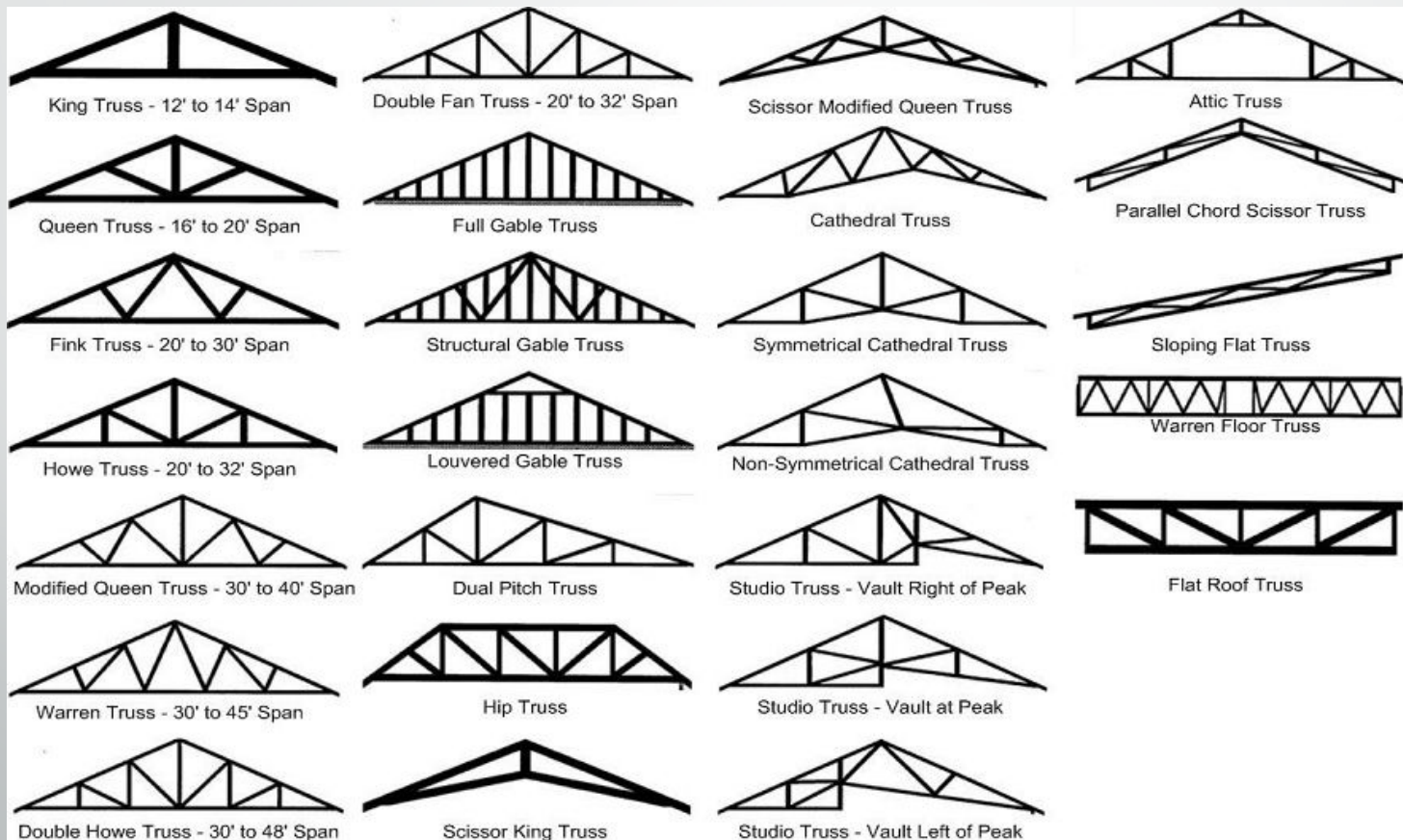
# Δικτυωτοί φορείς (Δικτυώματα)

## Δικτυωτοί φορείς (Δικτυώματα)

- Εκτός των **ολόσωμων φορέων** που εξετάσαμε, υπάρχει και μια ειδική κατηγορία φορέων που ονομάζονται **δικτυωτοί φορείς** με ιδιαίτερα χαρακτηριστικά και πλεονεκτήματα.
- Οι δικτυωτοί φορείς σχηματίζονται με ευθύγραμμες ράβδους οι οποίες συνδέονται **αρθρωτά** μεταξύ τους και στα δύο άκρα τους, στις δύο ή και τις τρεις διαστάσεις. Στην πρώτη περίπτωση αναφερόμαστε σε **επίπεδα δικτυώματα**, ενώ στην δεύτερη περίπτωση σε **χωροδικτυώματα**.
- Τα δικτυώματα χαρακτηρίζονται από **υψηλή ικανότητα ανάληψης φορτίων** και **από μικρό ίδιο βάρος**. Αποτελούν τεχνοοικονομικά εξαιρετική λύση όταν θέλουμε να καλύψουμε μεγάλα ανοίγματα, όπως σε περιπτώσεις γεφυρών, σε στέγες βιομηχανικών χώρων, σε καλύψεις κερκίδων σε στάδια κ.λπ.

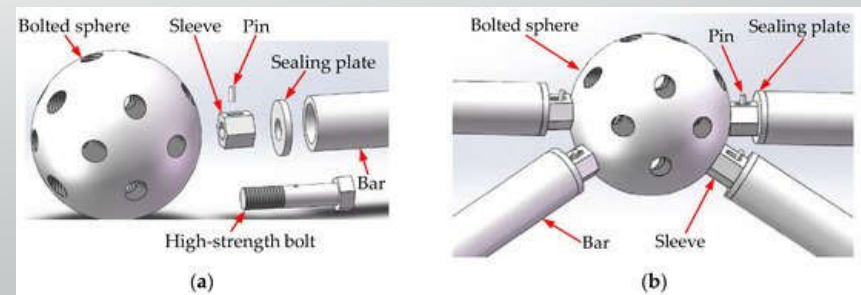
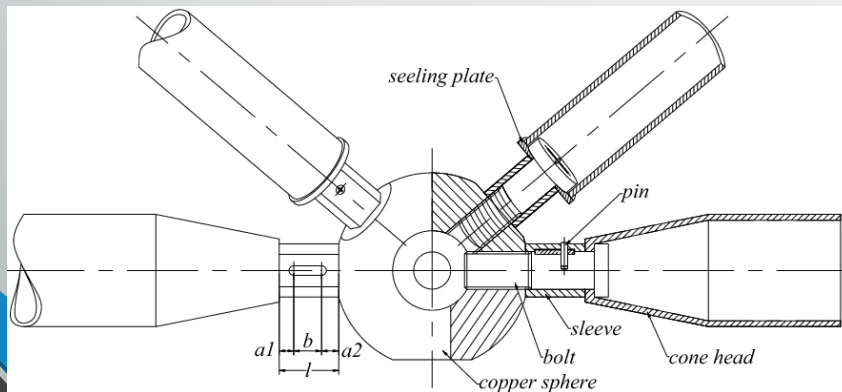
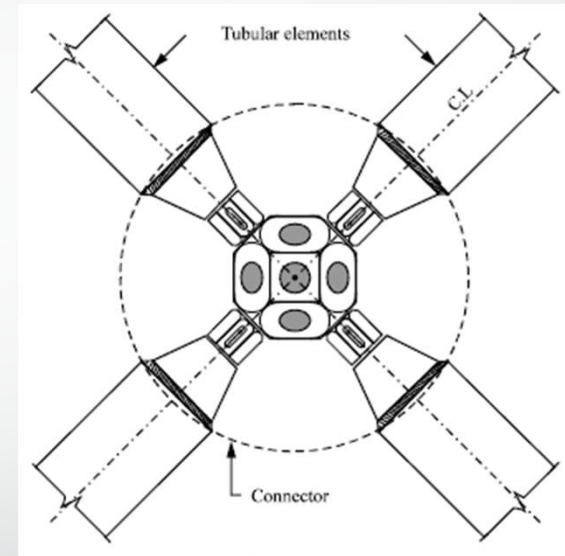
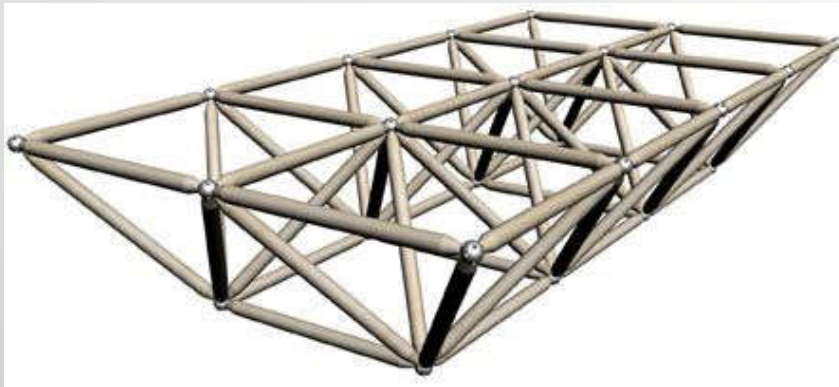
# Δικτυωτοί φορείς (Δικτυώματα)

- Επίπεδα δικτυώματα:



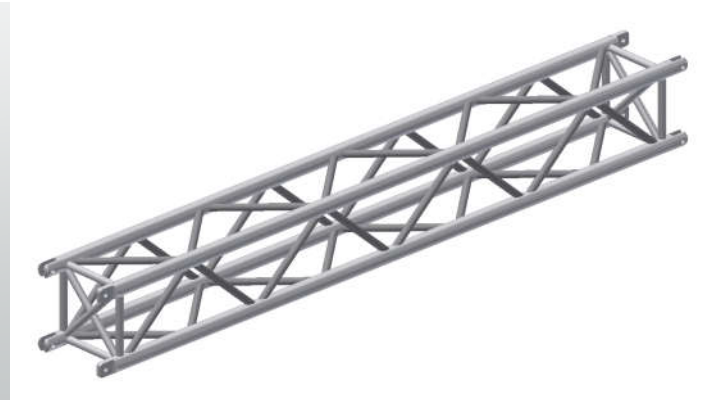
# Δικτυωτοί φορείς (Δικτυώματα)

- Χωροδικτυώματα:



# Δικτυωτοί φορείς (Δικτυώματα)

- Χωροδικτυώματα:



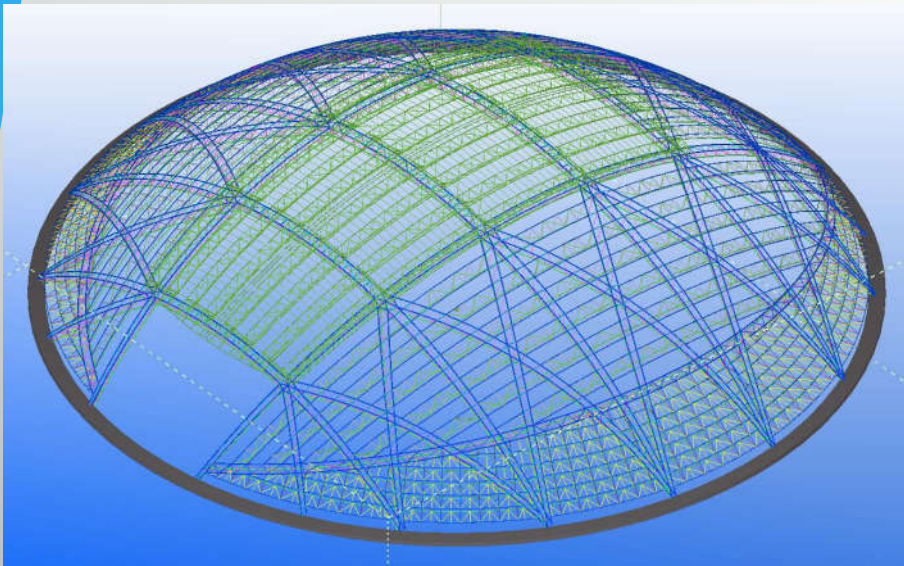
# Δικτυωτοί φορείς (Δικτυώματα)

- Χωροδικτυώματα (*Daegu stadium, South Korea, by WS Atkins - 2001*):



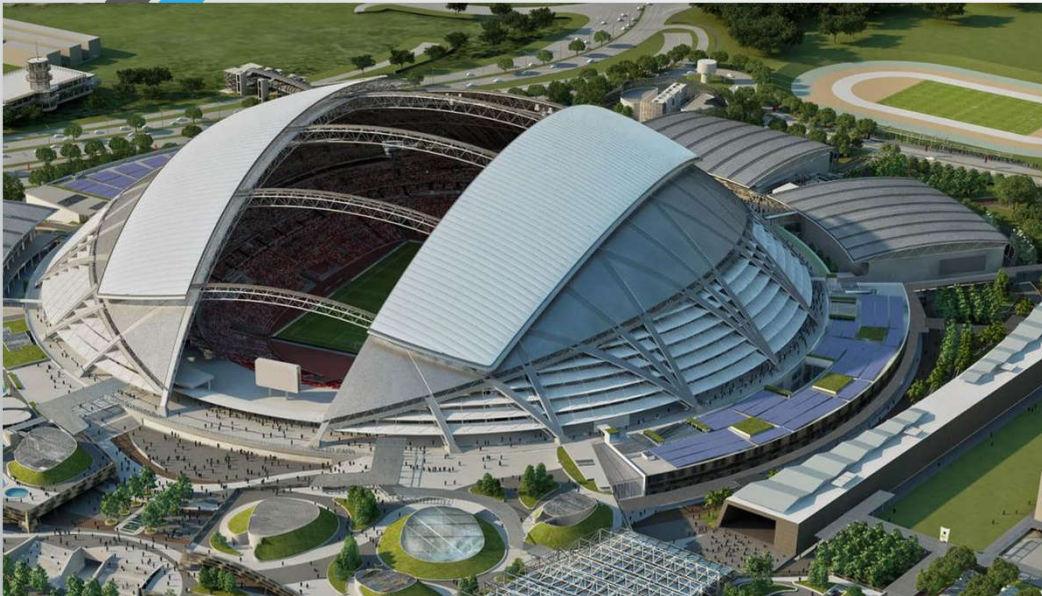
# Δικτυωτοί φορείς (Δικτυώματα)

- Χωροδικτυώματα (*Singapore National Stadium - 2014*):



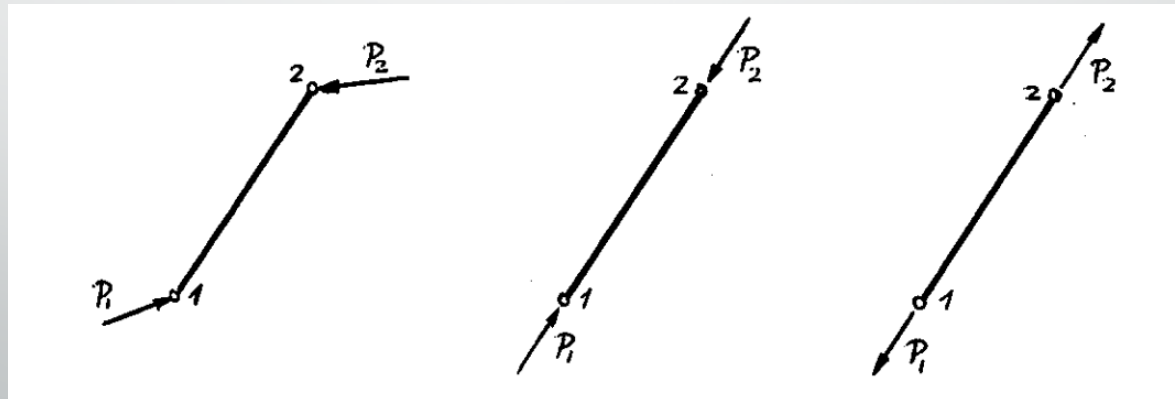
# Δικτυωτοί φορείς (Δικτυώματα)

- Χωροδικτυώματα (*Singapore National Stadium - 2014*):



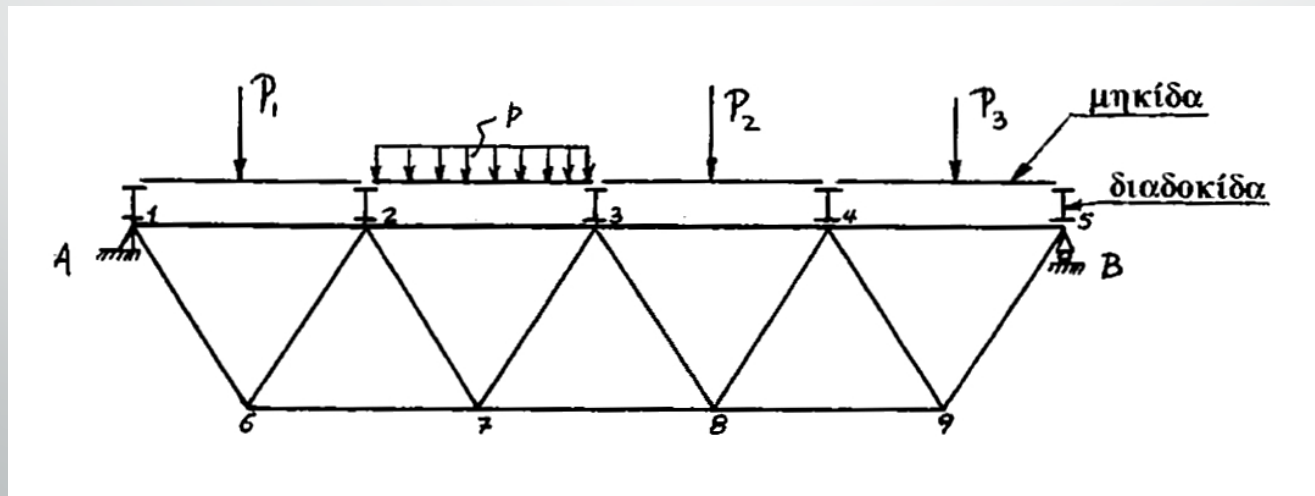
# Δικτυωτοί φορείς (Δικτυώματα)

- Θα ονομάσουμε **ιδανικό** ή **ιδεατό** το δικτύωμα στο οποίο:
  - Οι ράβδοι είναι αβαρείς,
  - Οι αρθρώσεις λειτουργούν χωρίς τριβές,
  - Οι εξωτερικές δυνάμεις (φορτία, αντιδράσεις στηρίξεων) ενεργούν στους κόμβους.
- Αν συντρέχουν οι παραπάνω προϋποθέσεις, τότε **κάθε ράβδος απαραίτητα θα φορτίζεται μόνο αξονικά**, σε εφελκυσμό ή θλίψη (δεν μπορεί να υπάρχει ούτε τέμνουσα ούτε καμπτική ροπή εσωτερικά στην ράβδο).



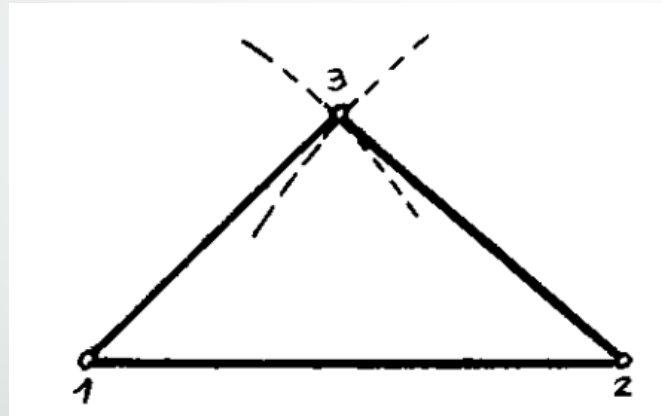
# Δικτυωτοί φορείς (Δικτυώματα)

- Στα **πραγματικά** δικτυώματα:
  - Οι ράβδοι δεν είναι αβαρείς, μερικές φορές ούτε ευθύγραμμες,
  - Οι συνδέσεις γίνονται με συγκόλληση, ήλωση (καρφιά, πριτσίνια) ή κοχλίωση (με βίδες). Πολλές φορές, η συνέχεια των ράβδων δεν διακόπτεται στους κόμβους, όπως είδαμε.
  - Σε κάθε περίπτωση, προσπαθούμε να μεταφέρουμε τα φορτία στους κόμβους με χρήση έμμεσων στηρίξεων:



## Δικτυωτοί φορείς (Δικτυώματα)

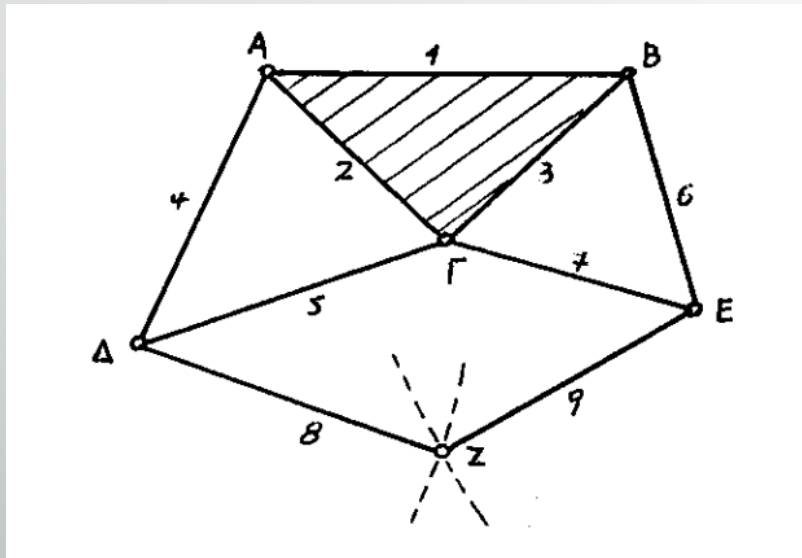
- Ένα δικτύωμα είναι εσωτερικά ισοστατικό, όταν μετατρέπεται σε μηχανισμό με την αφαίρεση οποιουδήποτε μέλους του.
- Το απλούστερο ισοστατικό επίπεδο δικτύωμα είναι ένα αρθρωτό τρίγωνο:



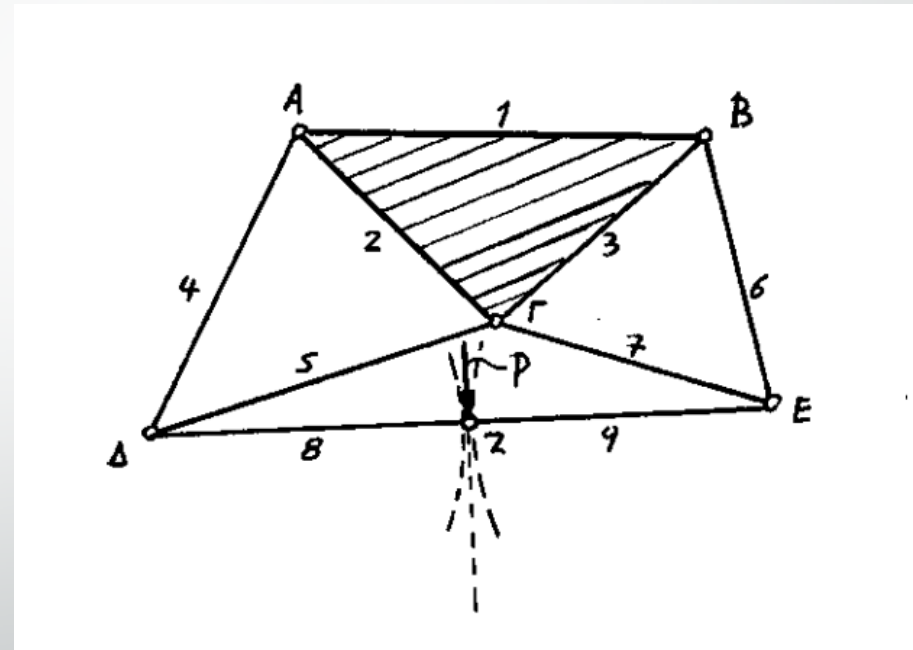
- Το αρθρωτό τρίγωνο είναι στερεός σχηματισμός, οπότε μπορεί να θεωρηθεί ότι είναι ένας **τριγωνικός δίσκος**.

# Δικτυωτοί φορείς (Δικτυώματα)

- Συνδέοντας επιπλέον κόμβους και μέλη (ράβδους) στο αρθρωτό τρίγωνο, προκύπτουν πιο σύνθετα επίπεδα δικτυώματα:



Προσθήκη +1 κόμβου +2 μελών, με τον νέο κόμβο Z να **μην** είναι σε ευθυγραμμία με τους Ε, Δ.



Ασταθής σχηματισμός (απειροστή κινηματικότητα)

## Δικτυωτοί φορείς (Δικτυώματα)

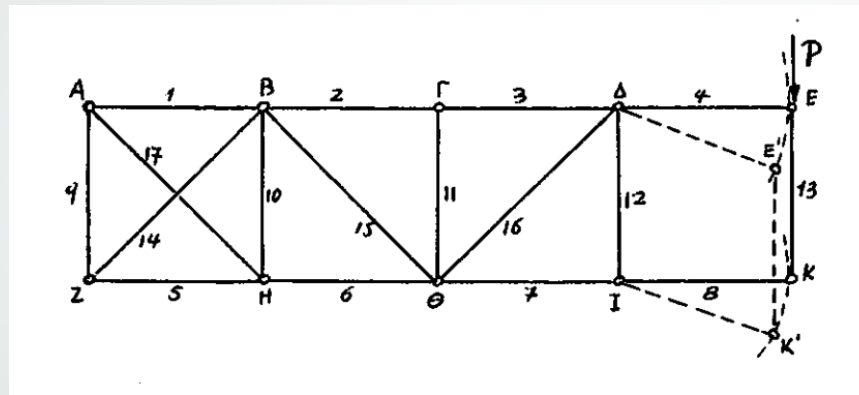
- Απαραίτητη συνθήκη να είναι ένα επίπεδο δικτύωμα εσωτερικά ισοστατικό είναι να ισχύει η σχέση:

$$\rho = 2\kappa - 3$$

- όπου,  $\rho$  = πλήθος ράβδων,  $\kappa$  = πλήθος κόμβων.
- Αν ένα δίκτυωμα είναι εσωτερικά ισοστατικό, **αρκούν οι εξισώσεις ισορροπίας για να υπολογιστούν οι δυνάμεις όλων των μελών.**
- Σε αντίθετη περίπτωση (εσωτερικά υπερστατικού δικτυώματος), **απαιτούνται επιπλέον εξισώσεις συμβιβαστού των παραμορφώσεων.**

## Δικτυωτοί φορείς (Δικτυώματα)

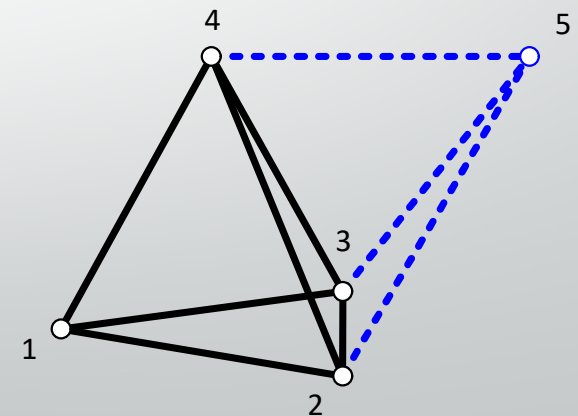
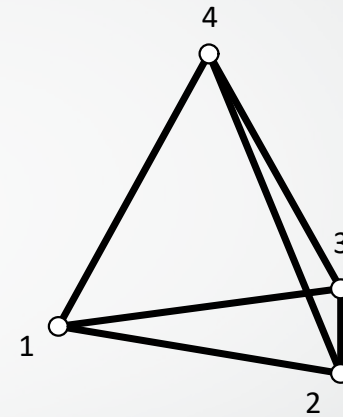
- Η σχέση  $\rho = 2\kappa - 3$  είναι απαραίτητη συνθήκη **αλλά όχι ικανή!** Για παράδειγμα, ο παρακάτω φορέας με  $\rho = 17$ ,  $\kappa = 10$  είναι ασταθής:



- Αν  $\rho > 2\kappa - 3$  και το επίπεδο δικτύωμα δεν έχει κινηματικότητα, τότε θα είναι εσωτερικά **υπερστατικό**.
- Αν  $\rho < 2\kappa - 3$  το επίπεδο δικτύωμα είναι σίγουρα ασταθές (μηχανισμός)!.

# Δικτυωτοί φορείς (Δικτυώματα)

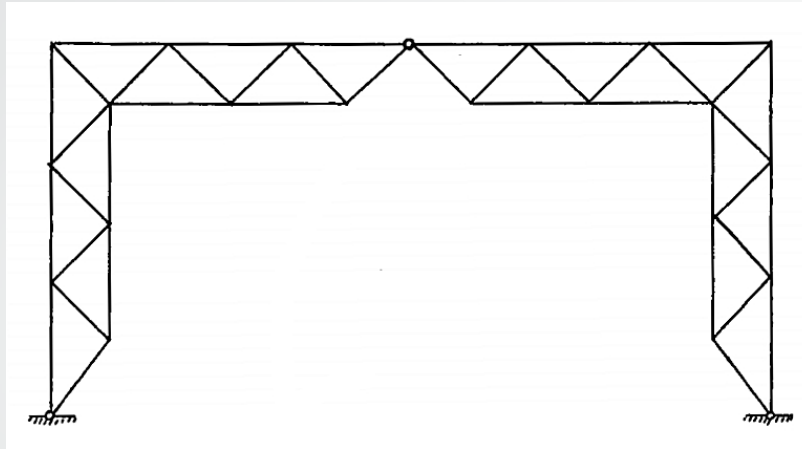
- Ο αντίστοιχος απλούστερος σταθερός σχηματισμός δικτυώματος στις τρεις διαστάσεις είναι ένα τετράεδρο με  $\rho = 6$ ,  $\kappa = 4$ :
- Για κάθε επιπλέον κόμβο που προσθέτουμε, θα πρέπει να προσθέσουμε και τρεις ράβδους:
- Συνεπώς η αντίστοιχη σχέση που συνδέει τους κόμβους και τις ράβδους σε ένα τρισδιάστατο εσωτερικά ισοστατικό δικτύωμα θα είναι:  
$$\rho = 3\kappa - 6$$
- Όπως και στο επίπεδο πρόβλημα, η παραπάνω συνθήκη είναι απαραίτητη αλλά όχι ικανή.



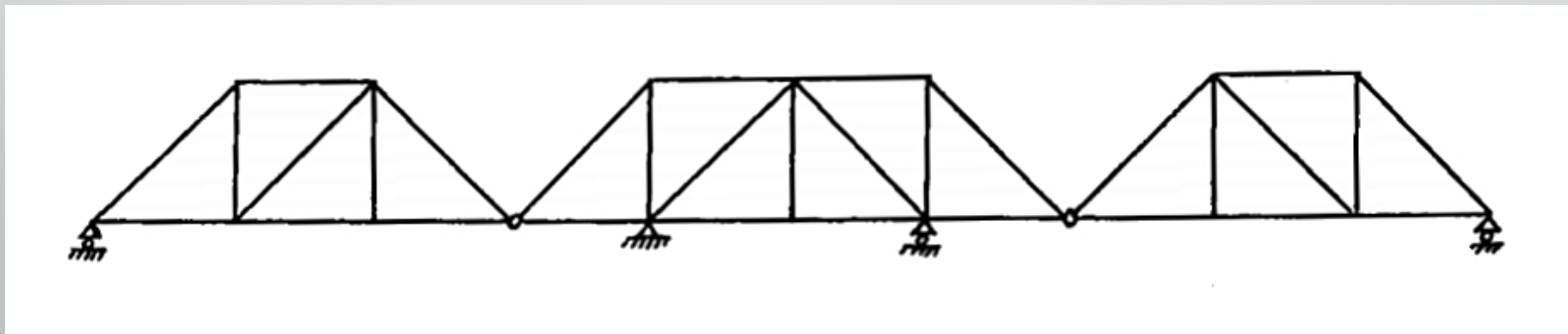
## Δικτυωτοί φορείς (Δικτυώματα)

- Μιλώντας για **συνολικά (όχι εσωτερικά) ισοστατικούς φορείς**, δηλαδή λαμβάνοντας υπόψη τόσο τις αντιδράσεις στήριξης όσο και ενδεχόμενες εσωτερικές χαλαρώσεις (όπως είδαμε στα τριαρθρωτά τόξα και τις δοκούς Gerber), οι απαραίτητες αλλά όχι ικανές συνθήκες είναι:
  - $2D: \rho = 2\kappa - \nu,$
  - $3D: \rho = 3\kappa - \nu.$
- όπου  $\rho =$  πλήθος ράβδων,  $\kappa =$  πλήθος κόμβων,  $\nu =$  πλήθος αντιδράσεων (=πλήθος αγνώστων δυνάμεων, δηλαδή μια άρθρωση ως στήριξη αντιστοιχεί σε δύο αντιδράσεις, ενώ μια κύλιση αντιστοιχεί σε μία αντίδραση, ακόμη και αν η κύλιση είναι κεκλιμένη).
- Πράγματι, στην περίπτωση των δύο διαστάσεων έχω  $2\kappa$  εξισώσεις ( $\Sigma F_x = \Sigma F_y = 0$  για κάθε κόμβο), και  $\rho + \nu$  αγνώστους ( $\rho$  δυνάμεις μελών,  $\nu$  αντιδράσεις). Στις 3 διαστάσεις έχω  $3\kappa$  εξισώσεις ( $\Sigma F_x = \Sigma F_y = \Sigma F_z = 0$  για κάθε κόμβο), που θα πρέπει να είναι πάλι ίσες με  $\rho + \nu$  αγνώστους.

## Δικτυωτοί φορείς (Δικτυώματα)



Τριαρθρωτό τόξο ( $\rho = 42, \kappa = 23, \nu = 4$ ), ισοστατικός φορέας με  $\rho = 2\kappa - \nu$ .



Δοκός Gerber ( $\rho = 31, \kappa = 18, \nu = 5$ ), ισοστατικός φορέας με  $\rho = 2\kappa - \nu$ .

# Δικτυωτοί φορείς (Δικτυώματα)

- Η επίλυση των ισοστατικών δικτυωμάτων μπορεί να γίνει με δύο τρόπους:
  1. **Με ισορροπία κόμβων**, δηλαδή τις εξισώσεις  $\Sigma F_x = \Sigma F_y = \Sigma F_z = 0$  για κάθε κόμβο, και σταδιακή επίλυση όλου του δικτυώματος. Εδώ δεν έχουμε στην διάθεσή μας εξίσωση ισορροπίας ροπών, γιατί όλες οι δυνάμεις είναι συντρέχουσες στον ίδιο τον κόμβο.
  2. **Με κατάλληλες τομές Ritter και ισορροπία ολόκληρων τμημάτων της κατασκευής**, ειδικά όταν μας απασχολεί η δύναμη που φέρουν συγκεκριμένα μέλη του δικτυώματος και όχι όλα. Εδώ μπορούμε να πάρουμε τόσο ισορροπία ροπών όσο και δυνάμεων.
- Επειδή έχουμε μόνο αξονικές δυνάμεις, και μάλιστα οι δυνάμεις αυτές είναι σταθερές καθ' όλο το μήκος του (αβαρούς) μέλους, **δεν χρειάζεται να κάνουμε διαγράμματα εσωτερικών δυνάμεων**. Αρκεί μόνο ένα νούμερο ανά μέλος, δηλαδή η αξονική δύναμη (θετική για εφελκυσμό, αρνητική για θλίψη).

