

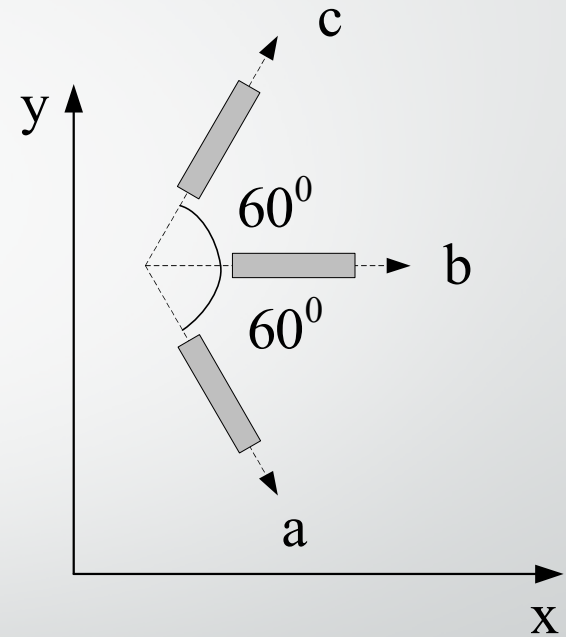


Ασκήσεις

Μηκυνσιόμετρα –
Γενικευμένος νόμος του Hooke στο επίπεδο

Άσκηση 1

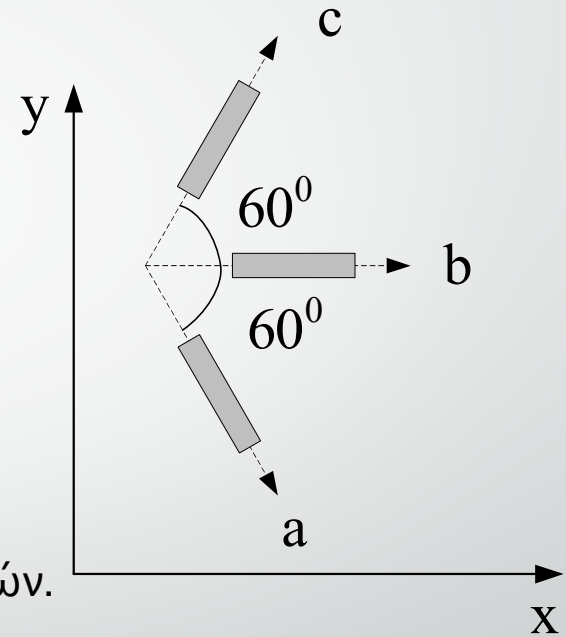
- Δίνεται μια ροζέτα μηκυνσιόμετρων τοποθετημένη στην επιφάνεια ενός υλικού όπως στο σχήμα. Σε μία συγκεκριμένη εφαρμογή επίπεδης έντασης, μετρήθηκαν $\varepsilon_a = 0.00017$, $\varepsilon_b = 0.00023$ και $\varepsilon_c = 0.00042$.
- (α) Με χρήση των σχέσεων μετασχηματισμού του τανυστή των τροπών, να υπολογίσετε τις ποσότητες ε_x , ε_y , και ε_{xy} .
- (β) Με χρήση του γενικευμένου νόμου του Hooke στο επίπεδο, να προσδιορίσετε τον τανυστή των τάσεων. Δίνεται $E = 200GPa$, $\nu = 0.3$.
- (γ) Να προσδιορίσετε τις κύριες τάσεις καθώς και την διεύθυνση των κύριων επιπέδων.



Άσκηση 1

- Το μηκυνσιόμετρο b είναι παράλληλο προς τον άξονα x , οπότε $\varepsilon_x = \varepsilon_b = 0.00023$.
- Οι σχέσεις μετασχηματισμού είναι:
 - $\varepsilon_{x'} = \frac{\varepsilon_x + \varepsilon_y}{2} + \frac{\varepsilon_x - \varepsilon_y}{2} \cos 2\theta + \varepsilon_{xy} \sin 2\theta$
 - $\varepsilon_{y'} = \frac{\varepsilon_x + \varepsilon_y}{2} - \frac{\varepsilon_x - \varepsilon_y}{2} \cos 2\theta - \varepsilon_{xy} \sin 2\theta$
 - $\varepsilon_{x'y'} = -\frac{\varepsilon_x - \varepsilon_y}{2} \sin 2\theta + \varepsilon_{xy} \cos 2\theta$
- Μπορώ να λύσω το πρόβλημα μόνο με την πρώτη εξ' αυτών.

- Τότε: $\varepsilon_{x'} = \frac{\varepsilon_x + \varepsilon_y}{2} + \frac{\varepsilon_x - \varepsilon_y}{2} \cos 2\theta + \varepsilon_{xy} \sin 2\theta \Rightarrow$
 $\varepsilon_c = \frac{\varepsilon_x + \varepsilon_y}{2} + \frac{\varepsilon_x - \varepsilon_y}{2} \cos 120^\circ + \varepsilon_{xy} \sin 120^\circ$ και
 $\varepsilon_a = \frac{\varepsilon_x + \varepsilon_y}{2} + \frac{\varepsilon_x - \varepsilon_y}{2} \cos(-120)^\circ + \varepsilon_{xy} \sin(-120)^\circ$



Άσκηση 1

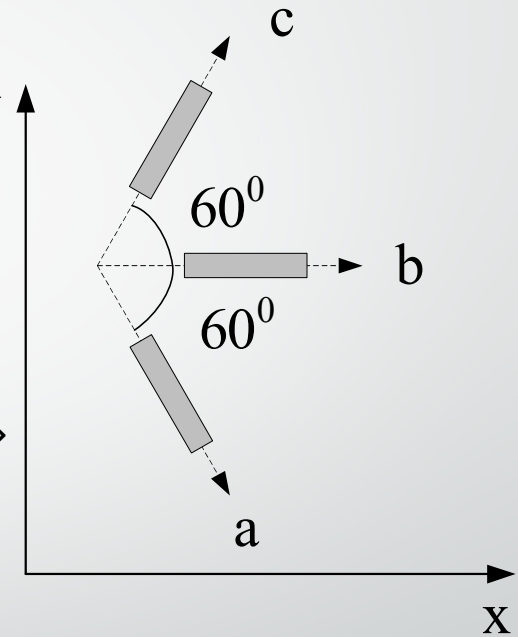
- $\varepsilon_c = \frac{\varepsilon_x + \varepsilon_y}{2} + \frac{\varepsilon_x - \varepsilon_y}{2} \cos 120^\circ + \varepsilon_{xy} \sin 120^\circ \Rightarrow$
 $0.00042 = \frac{0.00023 + \varepsilon_y}{2} + \frac{0.00023 - \varepsilon_y}{2} (-0.5) + \varepsilon_{xy} \cdot 0.866 \Rightarrow y$
 $0.866\varepsilon_{xy} + 0.75\varepsilon_y = 0.0003625 \quad (1)$

■ και

$$\varepsilon_a = \frac{\varepsilon_x + \varepsilon_y}{2} + \frac{\varepsilon_x - \varepsilon_y}{2} \cos(-120)^\circ + \varepsilon_{xy} \sin(-120)^\circ \Rightarrow$$
$$0.00017 = \frac{0.00023 + \varepsilon_y}{2} + \frac{0.00023 - \varepsilon_y}{2} (-0.5) + \varepsilon_{xy} \cdot (-0.866) \Rightarrow$$
$$-0.866\varepsilon_{xy} + 0.75\varepsilon_y = 0.0001125 \quad (2)$$

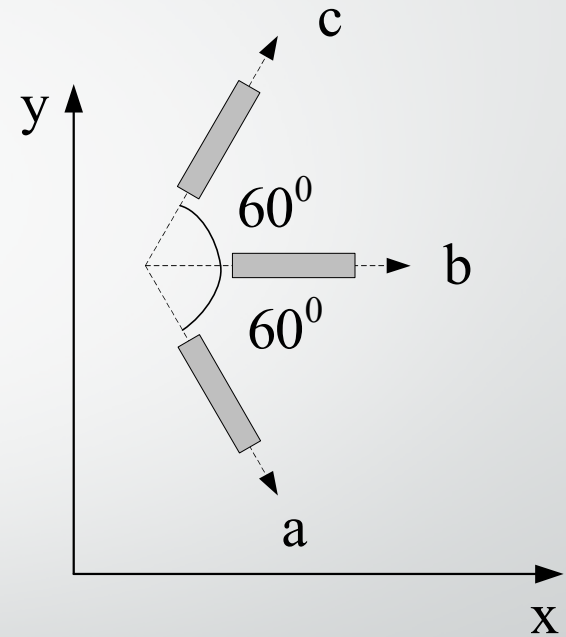
- Από (1), (2) έχω: $\varepsilon_y = \frac{0.0003625 + 0.0001125}{1.5} \cong 0.0003167.$

- Οπότε $\varepsilon_{xy} = \frac{0.0003625 - 0.75 \cdot 0.0003167}{0.866} \cong 0.0001443$



Άσκηση 1

- Έχω: $\varepsilon_y = 0.0003167$, $\varepsilon_{xy} = 0.0001443$, $\varepsilon_x = 0.00023$
- $\sigma_x = \frac{E(\varepsilon_x + \nu\varepsilon_y)}{1-\nu^2} = \frac{200000(0.00023 + 0.3 \cdot 0.0003167)}{1-0.3^2} \cong 71.43 \text{MPa}$,
- $\sigma_y = \frac{E(\varepsilon_y + \nu\varepsilon_x)}{1-\nu^2} = \frac{200000(0.0003167 + 0.3 \cdot 0.00023)}{1-0.3^2} \cong 84.77 \text{MPa}$
- $\tau_{xy} = G\gamma_{xy} = \frac{E}{2(1+\nu)} 2\varepsilon_{xy} = 76923 \cdot 2 \cdot 0.0001443$
 $\cong 22.21 \text{MPa}$



Άσκηση 1

- Έχω: $\sigma_x = 71.43MPa$, $\sigma_y = 84.77MPa$, $\tau_{xy} = 22.21MPa$

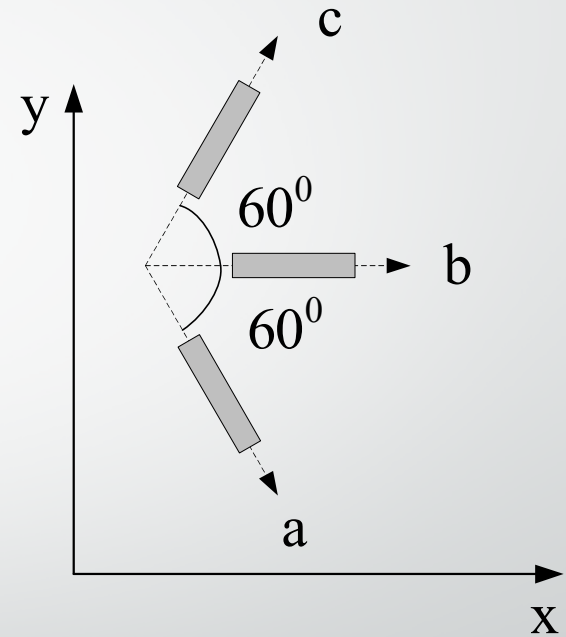
- $$\sigma_{1,2} = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\right)^2 + \tau_{xy}^2}$$
$$= \frac{71.43 + 84.77}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{71.43 - 84.77}{2}\right)^2 + 22.21^2} \Rightarrow$$

- $\sigma_1 = \sigma_{max} \cong 101.28MPa$, $\sigma_2 = \sigma_{min} \cong 54.91MPa$

- $$\tau_{max} = \sqrt{\left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\right)^2 + \tau_{xy}^2} \cong 23.19MPa$$

- Εναλλακτικά $\tau_{max} = \frac{\sigma_1 - \sigma_2}{2} \cong 23.19MPa$

- $\tau_{min} = -\tau_{max} = -23.19MPa$



Άσκηση 1

- Έχω: $\sigma_x = 71.43MPa$, $\sigma_y = 84.77MPa$, $\tau_{xy} = 22.21MPa$
- $\theta_0 = \frac{1}{2} \arctan\left(\frac{2\tau_{xy}}{\sigma_x - \sigma_y}\right) = \frac{1}{2} \arctan\left(\frac{2 \cdot 22.21}{71.43 - 84.77}\right) \cong -36.64^\circ, -45^\circ \leq \theta_0 \leq 45^\circ$
- Επίσης $\sigma_1 = 101.28MPa$, $\sigma_2 = 54.91MPa$
- Ο κύριος άξονας 1 θα σχηματίζει γωνία -36.64° Α.Δ.Ω. με τον «ισχυρότερο» εκ των x, y . Είναι $\sigma_y > \sigma_x$ οπότε ο κοντινότερος άξονας στον y θα είναι ο 1, και στον x ο 2.

