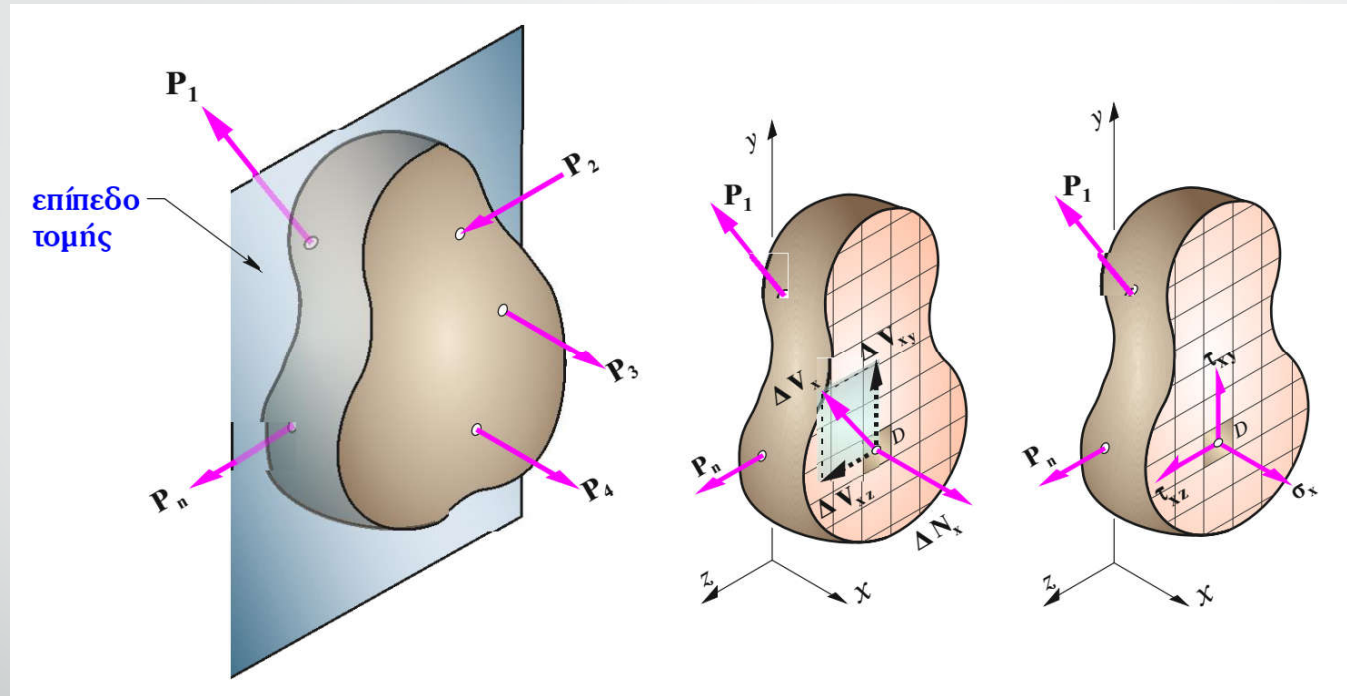


Ορισμός τάσεων στη γενική ένταση

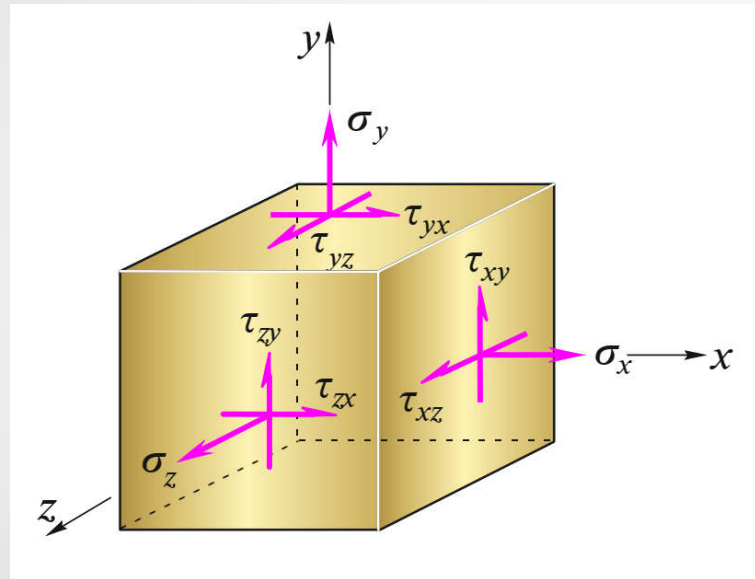
Ορισμός τάσεων στη γενική ένταση



- Ορισμός τάσεων (στο επίπεδο yz):

$$\sigma_x = \lim_{\Delta A \rightarrow 0} \frac{\Delta N_x}{\Delta A}, \tau_{xy} = \lim_{\Delta A \rightarrow 0} \frac{\Delta V_{xy}}{\Delta A}, \tau_{xz} = \lim_{\Delta A \rightarrow 0} \frac{\Delta V_{xz}}{\Delta A}.$$

Ορισμός τάσεων στη γενική ένταση



- Αμοιβασιότητα των διατμητικών τάσεων:

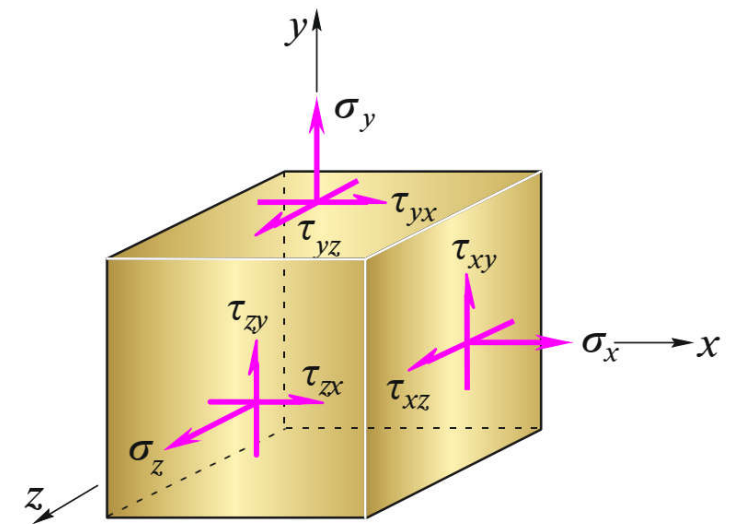
$$\tau_{xy} = \tau_{yx}, \tau_{yz} = \tau_{zy}, \tau_{zx} = \tau_{xz}.$$

Ορισμός τάσεων στη γενική ένταση

- Η τάση σε ένα σημείο αναπαρίσταται από έναν **τανυστή β' τάξης**, δηλαδή μια μαθηματική οντότητα που μπορεί να αποτυπωθεί σε έναν δισδιάστατο πίνακα, αλλά που υπακούει και σε επιπλέον νόμους μετασχηματισμού.
- Στην περίπτωση μας, η τάση αναπαρίσταται με τον 3×3 πίνακα:

$$[\sigma] = \begin{bmatrix} \sigma_x & \tau_{xy} & \tau_{xz} \\ \tau_{yx} & \sigma_y & \tau_{yz} \\ \tau_{zx} & \tau_{zy} & \sigma_z \end{bmatrix}$$

- Λόγω αμοιβαιότητας των διατμητικών τάσεων ($\tau_{xy} = \tau_{yx}$, $\tau_{yz} = \tau_{zy}$, $\tau_{zx} = \tau_{xz}$), ο πίνακας $[\sigma]$ είναι **συμμετρικός**.

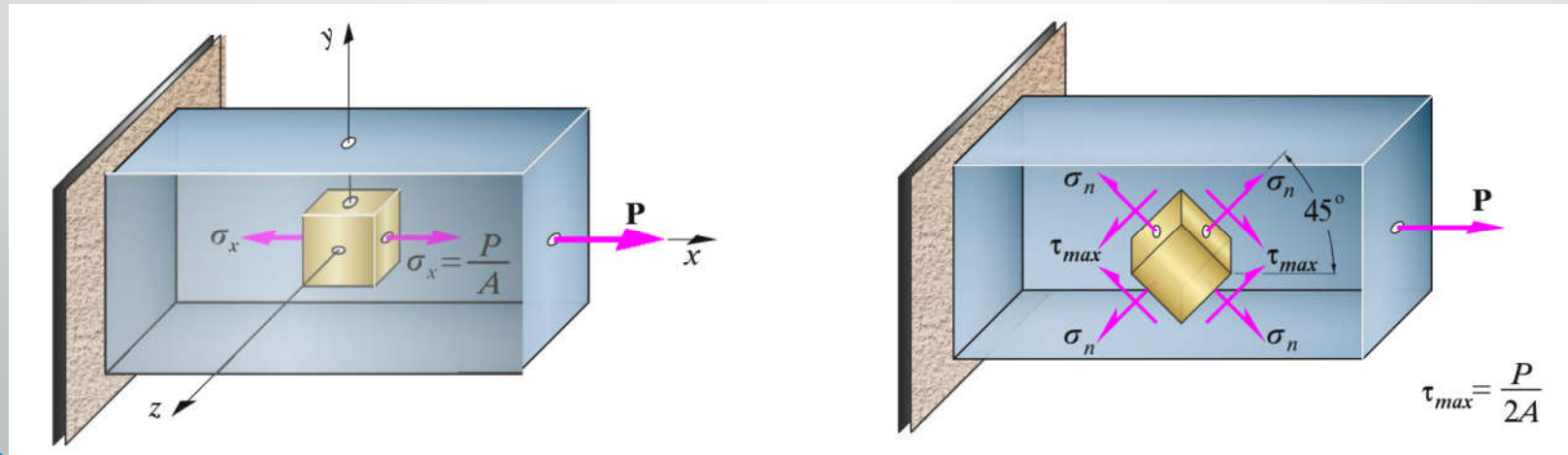


Ορισμός τάσεων στη γενική ένταση

- Στην περίπτωση **επίπεδης έντασης**, όπου όλες οι τάσεις αναπτύσσονται σε ένα και μόνο επίπεδο, έστω το xy , ο τανυστής της τάσης αναπαρίσταται από τον 2×2 πίνακα:

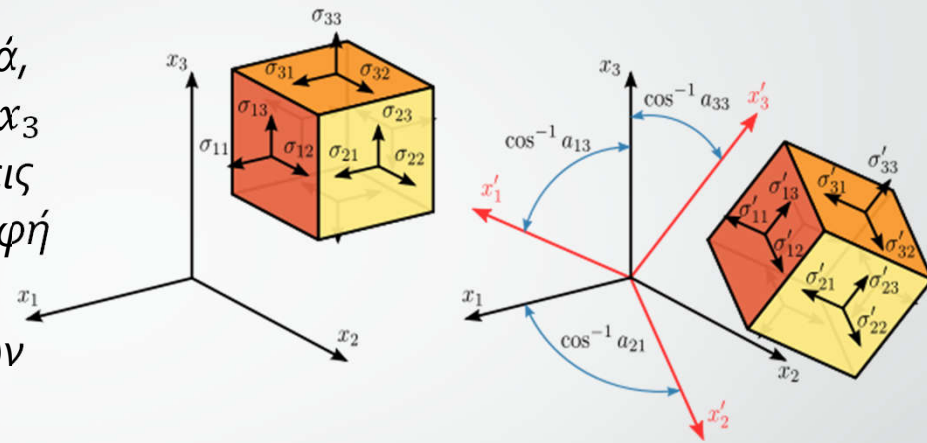
$$[\sigma] = \begin{bmatrix} \sigma_x & \tau_{xy} \\ \tau_{yx} & \sigma_y \end{bmatrix}$$

- Στην περίπτωση αυτή, θα είναι $\sigma_z = \tau_{xz} = \tau_{zx} = \tau_{yz} = \tau_{zy} = 0$.



Ορισμός τάσεων στη γενική ένταση

- Μερικές φορές, επειδή βολεύει αλγοριθμικά, αντικαθιστούμε τα x, y, z με άξονες x_1, x_2, x_3 χωρίς να αλλάζει τίποτα άλλο. Όλες οι τάσεις μπορούν να αναπαρασταθούν από την μορφή σ_{ij} , με i, j ακέραιους. Μπορούμε να μετασχηματίσουμε τον ταυυστή των τάσεων με περιστροφή ως προς 3 άξονες:



- Σε κάθε περίπτωση φόρτισης, υπάρχει ένας ειδικός προσανατολισμός των νέων αξόνων x'_1, x'_2, x'_3 , για τον οποίο όλες οι διατμητικές τάσεις μηδενίζονται.

- Τότε ο $[\sigma]$ παίρνει την μορφή
$$\begin{bmatrix} \sigma_1 & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_2 & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_3 \end{bmatrix}$$
, όπου $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$ είναι οι κύριες τάσεις.

- Στο ειδικό αυτό σύστημα συντεταγμένων, η εντατική κατάσταση ονομάζεται **τριαξονική**. Οι διευθύνσεις των νέων αξόνων ονομάζονται **κύριες διευθύνσεις** του ταυυστή.

Ορισμός τάσεων στη γενική ένταση

- Αντίστοιχος μετασχηματισμός μπορεί να γίνει και στην περίπτωση επίπεδης έντασης, έστω στο επίπεδο xy . Ο μετασχηματισμός (περιστροφή) εξαρτάται μόνο από μια μεταβλητή, την γωνία θ .

- Υπάρχει, πάλι, ένας ειδικός προσανατολισμός των νέων αξόνων

x' , y' για τον οποίο οι διατμητικές τάσεις εξαφανίζονται. Εκεί ο ταυνοστής των τάσεων παίρνει την μορφή:

$$[\sigma] = \begin{bmatrix} \sigma_1 & 0 \\ 0 & \sigma_2 \end{bmatrix}$$

- Ξανά, οι σ_1 , σ_2 είναι οι κύριες τάσεις, οι οποίες εμφανίζονται κάθετα στα κύρια επίπεδα. Οι διευθύνσεις των αξόνων x' , y' είναι οι κύριες διευθύνσεις του ταυνοστή.

