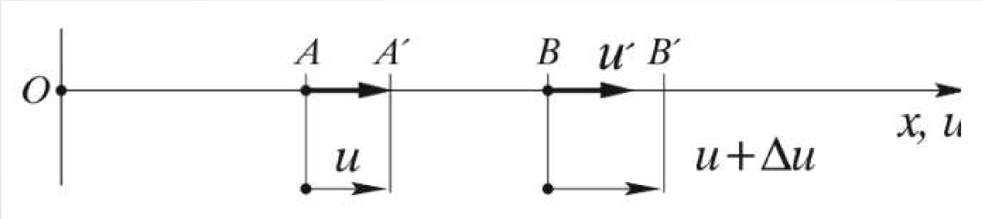
Ορισμός τροπών στη γενική ένταση

Ορισμός τροπών στη γενική ένταση

- ***Θεωρούμε ότι εντός ενός σώματος, τα διάφορα σημεία μετατοπίζονται λόγω καταπόνησης***.
- *Αν εξετάσουμε το πρόβλημα μονοδιάστατα, έστω ότι έχουμε δύο σημεία που απέχουν προ της φόρτισης* Δx. *Αυτά μετατοπίζονται ως εξής:*



- *Η μετατόπιση u είναι κοινή και δεν εντείνει το σώμα.* ***Ορίζεται ως ορθή τροπή ή ορθή παραμόρφωση*** ε_x ***η ποσότητα***:

$$\varepsilon_x = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{\Delta u}{\Delta x} = \frac{du}{dx}$$

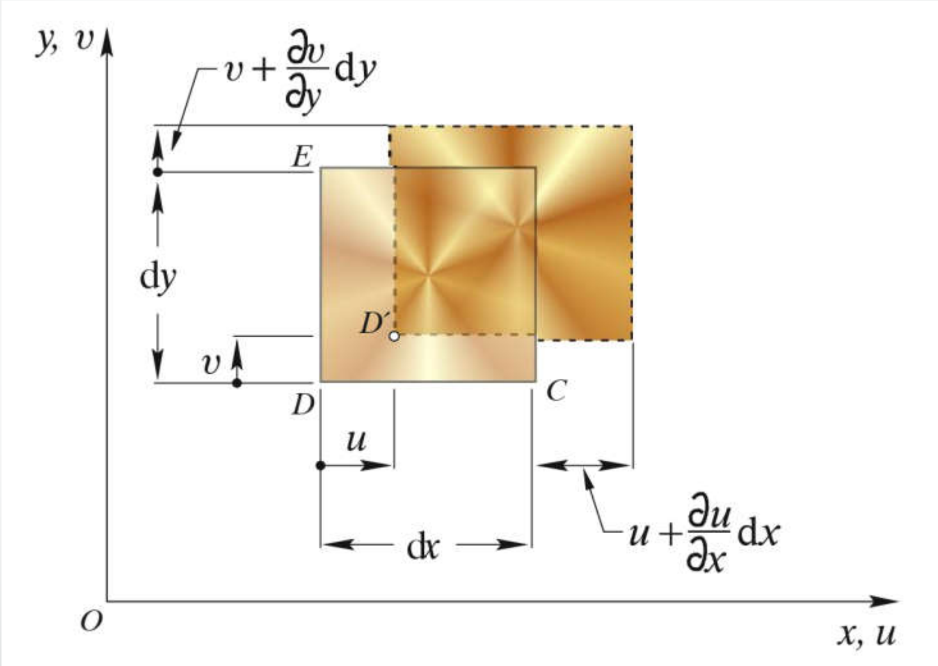
Ορισμός τροπών στη γενική ένταση

- *Στις δύο διαστάσεις έχουμε:*

$$\varepsilon_x = \varepsilon_{xx} = \frac{\partial u}{\partial x}$$

$$\varepsilon_y = \varepsilon_{yy} = \frac{\partial v}{\partial y}$$

- *Όπου u, v οι μετατοπίσεις κατά τους άξονες x, y αντίστοιχα.*



Ορισμός τροπών στη γενική ένταση

- *Στις δύο διαστάσεις έχουμε επίσης:*

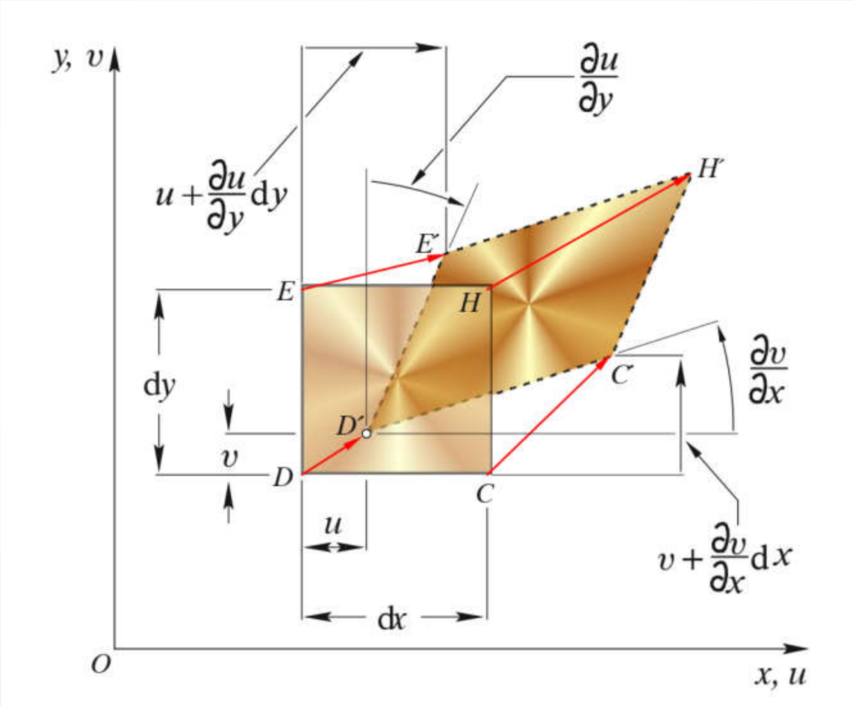
$$\gamma_{xy} = \gamma_{yx} = \frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y}$$

- *Εναλλακτικά, αντί για τα παραπάνω χρησιμοποιούμε συνήθως το ήμισυ αυτών, ορίζοντας την* ***διατμητική παραμόρφωση*** *ως:*

$$\varepsilon_{xy} = \varepsilon_{yx} = \frac{1}{2}\left(\frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y}\right) = \frac{\gamma_{xy}}{2}$$

- *Ο τανυστής της τροπής θα αναπαρασταθεί από τον* 2×2 *πίνακα:*

$$[\varepsilon] = \begin{bmatrix} \varepsilon_x & \varepsilon_{xy} \\ \varepsilon_{yx} & \varepsilon_y \end{bmatrix}$$



Ορισμός τροπών στη γενική ένταση

- *Στις 3 διαστάσεις,* ***αν u, v, w είναι οι μετατοπίσεις κατά τους άξονες x, y, z αντίστοιχα****, έχω:*

$$\varepsilon_x = \varepsilon_{xx} = \frac{\partial u}{\partial x}, \varepsilon_y = \varepsilon_{yy} = \frac{\partial v}{\partial y}, \varepsilon_z = \varepsilon_{zz} = \frac{\partial w}{\partial z}$$

$$\gamma_{xy} = \gamma_{yx} = \frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y}, \qquad \gamma_{yz} = \gamma_{zy} = \frac{\partial w}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial z}, \qquad \gamma_{xz} = \gamma_{zx} = \frac{\partial w}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial z}$$

$$\varepsilon_{xy} = \varepsilon_{yx} = \frac{1}{2}\left(\frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y}\right) = \frac{\gamma_{xy}}{2} = \frac{\gamma_{yx}}{2},$$

$$\varepsilon_{yz} = \varepsilon_{zy} = \frac{1}{2}\left(\frac{\partial w}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial z}\right) = \frac{\gamma_{yz}}{2} = \frac{\gamma_{zy}}{2},$$

$$\varepsilon_{xz} = \varepsilon_{zx} = \frac{1}{2}\left(\frac{\partial w}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial z}\right) = \frac{\gamma_{xz}}{2} = \frac{\gamma_{zx}}{2}$$

Ορισμός τροπών στη γενική ένταση

- *Στις 3 διαστάσεις,* ***ο τανυστής των τροπών αναπαρίσταται από τον*** $\mathbf{3 \times 3}$ ***πίνακα:***

$$[\varepsilon] = \begin{bmatrix} \varepsilon_x & \varepsilon_{xy} & \varepsilon_{xz} \\ \varepsilon_{yx} & \varepsilon_y & \varepsilon_{yz} \\ \varepsilon_{zx} & \varepsilon_{zy} & \varepsilon_z \end{bmatrix}$$

- *Όπως και στις τάσεις,* ***με κατάλληλες περιστροφές του συστήματος συντεταγμένων*** *ο τανυστής των τροπών παίρνει την μορφή:*

$$[\varepsilon] = \begin{bmatrix} \varepsilon_1 & 0 & 0 \\ 0 & \varepsilon_2 & 0 \\ 0 & 0 & \varepsilon_3 \end{bmatrix}$$

- *Δηλαδή,* ***υπάρχουν πάντα κάποια επίπεδα στα οποία οι διατμητικές παραμορφώσεις μηδενίζονται****.* ***Οι παραμορφώσεις*** $\boldsymbol{\varepsilon_1, \varepsilon_2, \varepsilon_3}$ ***ονομάζονται κύριες****.*