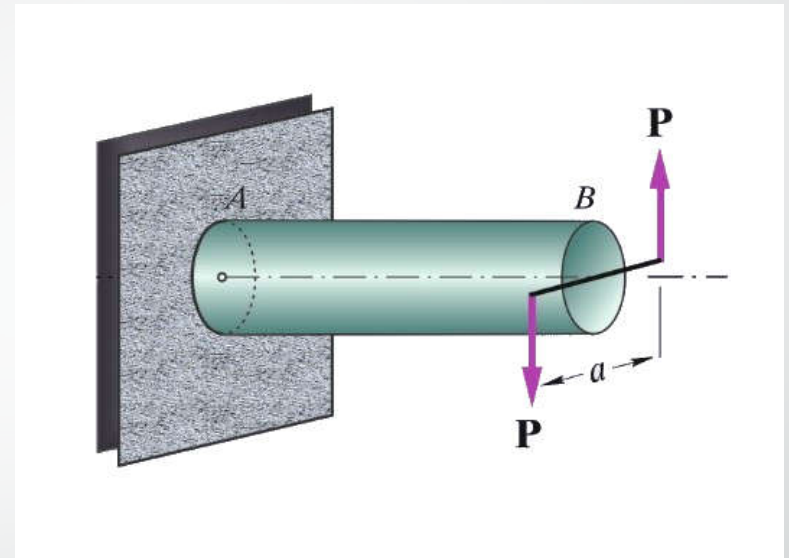


Στρέψη

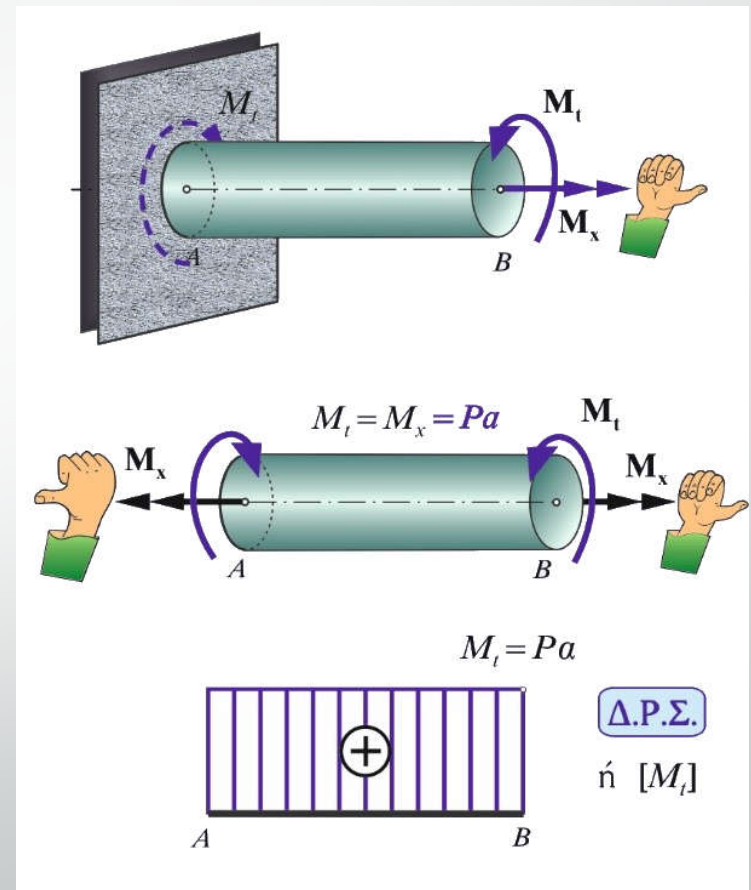
Στρέψη

- Μια άτρακτος καταπονείται σε **στρέψη**, όταν επάνω σε αυτήν επενεργούν ζεύγη δυνάμεων ίσων μέτρων και αντίθετων φορών, που τα επίπεδά τους είναι κάθετα στον κεντροβαρικό της άξονα.
- Αυτές προκαλούν σε κάθε διατομή της ράβδου ροπή, που ονομάζεται **ροπή στρέψης** ή και **στρεπτική ροπή**.
- Το μέτρο της ροπής είναι ως γνωστόν $M = Pa$.



Στρέψη

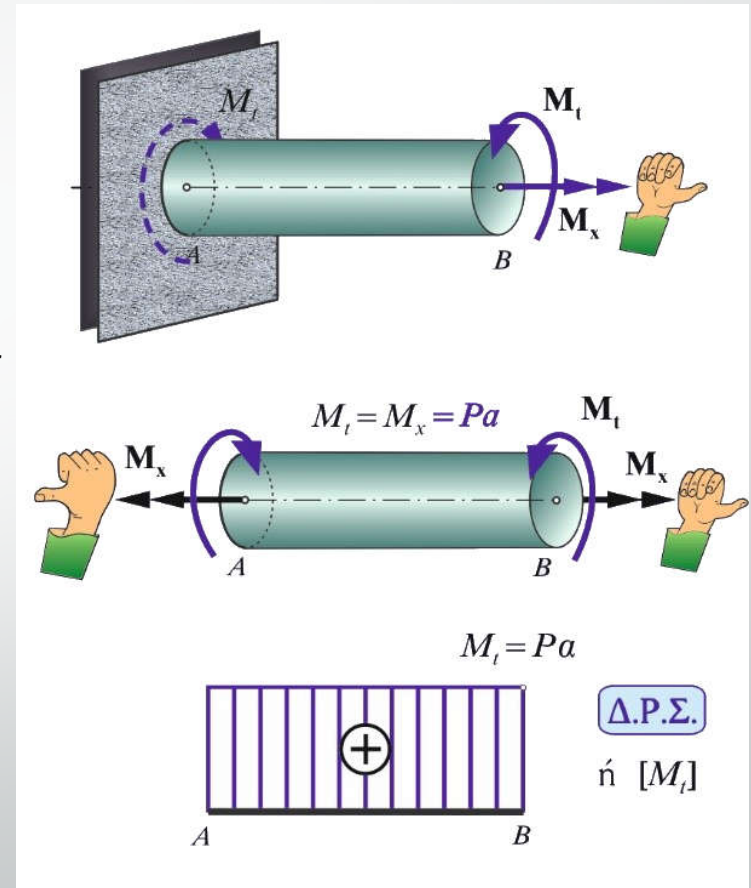
- Η στρεπτική ροπή συμβολίζεται με το **καμπύλο διάνυσμα M_t** που υποδεικνύει την φορά περιστροφής.
- Εναλλακτικά μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε το **χαρακτηριστικό διάνυσμα M_x** (εφόσον είναι παράλληλο με τον άξονα x) και να χρησιμοποιήσουμε τον κανόνα του δεξιού χεριού. Το χαρακτηριστικό διάνυσμα συμβολίζεται με δύο βέλη στην άκρη.
- Σύμβαση: η στρεπτική ροπή είναι **θετική** όταν το χαρακτηριστικό διάνυσμα «εφελκύει» την διατομή.



Στρέψη

■ Παραδοχές:

- Όλες οι διατομές της ράβδου παραμένουν επίπεδες και μετά την παραμόρφωση. Διατηρούν το σχήμα, το μέγεθος και τη μεταξύ τους απόσταση.
- Κάθε διατομή περιστρέφεται σαν απόλυτα στερεός δίσκος, δηλαδή σαν σύνολο, επομένως οι ακτίνες παραμένουν ευθείες.
- Το υλικό της ράβδου είναι ομογενές και ισότροπο, ώστε οι ιδιότητες του υλικού να είναι ομοιόμορφες σε κάθε σημείο και προς κάθε διεύθυνση.
- Ισχύει ο νόμος του Hooke για την διάτμηση, $\tau = G\gamma$.

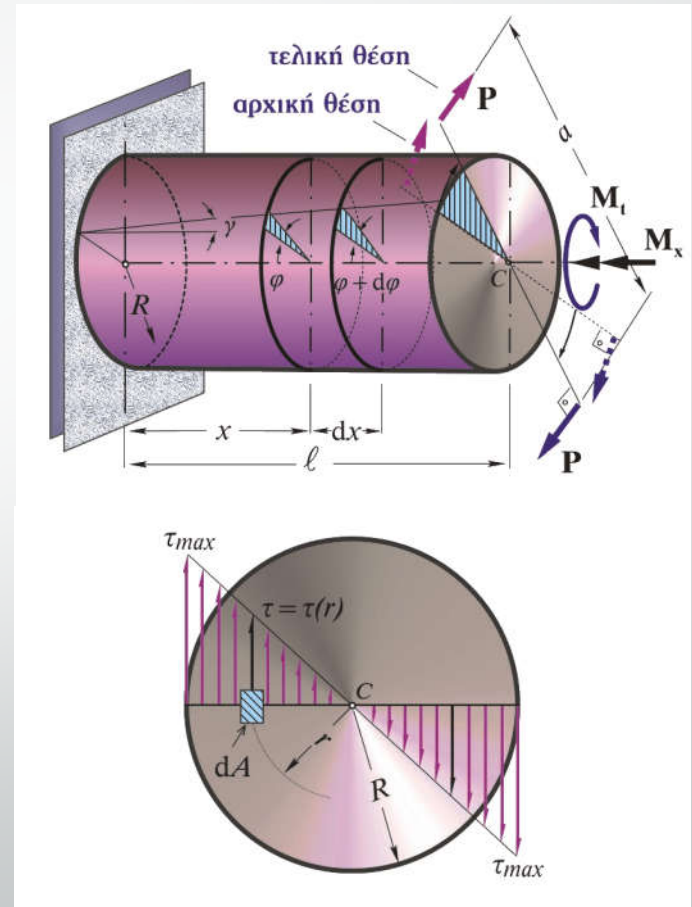


Στρέψη

- Το παραμορφωσιακό αποτέλεσμα της στρέψης είναι η **συστροφή** των διατομών μεταξύ τους.
- Έτσι, η **σχετική γωνία στροφής φ** για δύο διαδοχικά σημεία A, B που απέχουν ℓ :

$$\varphi = \frac{M_t \ell}{GI_p}, (\varphi \text{ σε rad})$$

- Αλλιώς: $\frac{\varphi_B - \varphi_A}{x_B - x_A} = \frac{M_t}{GI_p} = \theta$, όπου $\theta = \frac{\varphi_B - \varphi_A}{x_B - x_A}$ η **ανηγμένη γωνία στροφής**, σε rad/m.
- Η μέγιστη διατμητική τάση παρατηρείται στη μεγαλύτερη ακτίνα R, δηλαδή στα σημεία της περιφέρειας.



Στρέψη

- Η εξίσωση στρεπτικής ισορροπίας είναι:

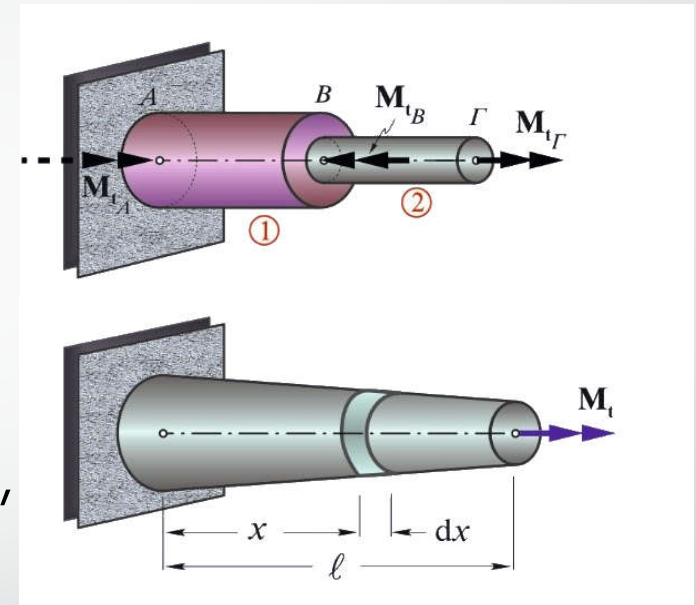
$$\sum M_t = 0$$

- Στρέψη σε κατά τμήματα σταθερή διατομή
Όταν για παράδειγμα μία ράβδος είναι κατά τμήματα πρισματική, και πακτωμένη στο A, η $M_{t\Gamma}$ καταπονεί τόσο το τμήμα AB όσο και το BΓ, ενώ η M_{tB} καταπονεί μόνον το AB. Επίσης:

$$\sum M_t = M_{tA} - M_{tB} + M_{t\Gamma} = 0$$

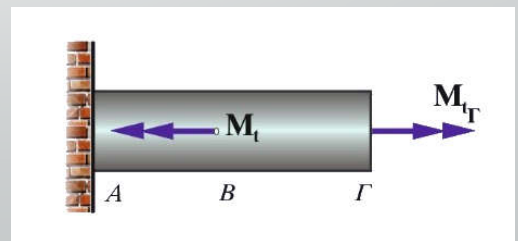
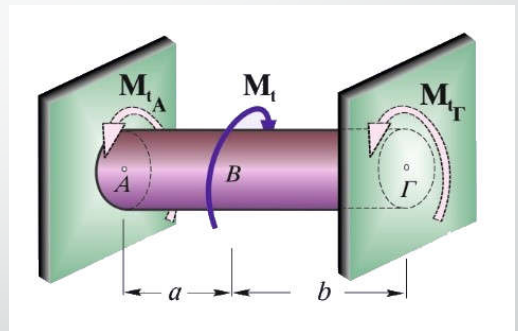
- Στρέψη ράβδου μεταβλητής διατομής ή/και μεταβλητής στρεπτικής ροπής

$$\tau = \tau(x, r) = \frac{M_t(x)}{I_p(x)} r, \tau_{max}(x) = \frac{M_t(x)}{I_p(x)} R(x), \varphi = \int_0^{\ell} \frac{M_t(x)}{GI_p(x)} dx$$



Στρέψη

- Υπερστατικά προβλήματα στρέψης
 - Στατικά αόριστο ή υπερστατικό λέγεται ένα πρόβλημα στρέψης, όταν ο αριθμός των αγνώστων υπερβαίνει την εξίσωση στρεπτικής ισορροπίας. Η διαφορά λέγεται βαθμός υπερστατικότητας. Χρειαζόμαστε επιπλέον εξισώσεις, τις εξισώσεις συμβιβαστού των (γωνιακών) παραμορφώσεων, για να τα επιλύσουμε.
- Για παράδειγμα, σε μια αμφίπακτη ράβδο, έχω την εξίσωση στρεπτικής ισορροπίας:
$$M_{tA} - M_t + M_{t\Gamma} = 0$$
- Αυτή έχει δύο αγνώστους και δεν μπορεί να επιλυθεί. Μπορώ να θεωρήσω ως «υπερστατικό μέγεθος» μια στρεπτική ροπή σε μια πάκτωση, έστω στο Γ . Τότε αυτή μετατρέπεται σε «φόρτιση» για την υπόλοιπη μονόπακτη πλέον ράβδο.



Στρέψη

- Για την μονόπακτη ράβδο, έχω:

$$M_{B\Gamma} = M_{t\Gamma}$$

$$M_{AB} = M_{t\Gamma} - M_t$$

- Επίσης:

$$\varphi_{B\Gamma} = \frac{M_{B\Gamma}b}{GI_p} = \frac{M_{t\Gamma}b}{GI_p}$$

$$\varphi_{AB} = \frac{M_{AB}a}{GI_p} = \frac{(M_{t\Gamma} - M_t)a}{GI_p}$$

- Απαιτούμε το αλγεβρικό άθροισμα των σχετικών γωνιών στροφής φ να είναι μηδέν:

$$\varphi_{B\Gamma} + \varphi_{AB} = 0 \Rightarrow \frac{M_{t\Gamma}b}{GI_p} + \frac{(M_{t\Gamma} - M_t)a}{GI_p} = 0$$

Από την σχέση αυτή υπολογίζεται το $M_{t\Gamma}$.

